1.4 传感器的静态与动态特性

传感器是实现传感功能的基本部件，传感器的输入-输出关系特性是传感器的基本特性，也是传感器的内部参数作用关系的外部特性表现，不同的传感器内部结构参数决定了它具有不同的外部特性。

传感器所测量的物理量基本上有两种形式：稳态（静态或准静态）和动态（周期变化或瞬态）。前者的信号不随时间变化（或变化很缓慢）；后者的信号是随时间变化而变化的。传感器就是要尽量准确地反映输入物理量的状态，因此传感器所表现出来的输入-输出特性也就不同，即存在静态特性和动态特性。

不同的传感器有不同的内部参数，因此它们的静态特性和动态特性就表现出不同的特点，对测量结果也产生不同的影响。一个高精度的传感器，必须要有良好的静态特性和动态特性，从而确保检测信号（或能量）的无失真转换，使检测结果尽量反映被测量的原始特征。

1.4.1 静态特性

传感器的静态特性是在稳态信号作用下的输入-输出特性。即输入量是静态量，输出量是输入量的确定函数。

1. 静态特性的表示方法

（1）代数多项式

如果不考虑传感器特性中的迟滞及蠕变等性质，或者传感器虽然有迟滞及蠕变等但仅考虑其理想的平均特性时，其特性方程在多数情况下可以写成如下的代数多项式形式：

$$Y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_n x^n \tag{1-1}$$

（2）曲线表示

曲线能表示出传感器特性的变化趋势以及何处有最大或最小的输出，何处传感器灵敏度高，何处低。当然，也能通过其特性曲线，粗略地判别出是线性或非线性传感器。

（3）列表表示

列表法就是把传感器的输入-输出数据按一定的方式顺序地排列在一个表格之中。列表的优点是：简单易行、形式紧凑、数据易于进行数量上的比较、便于进行其他处理，如绘制曲线、进行曲线拟合、进行插值计算，或求一组数据的差分或差商等。

2. 静态性能指标

（1）灵敏度

传感器在静态工作条件下，其单位输入所产生的输出，称为灵敏度，或更严格地说为静态灵敏度（S），图 1-2 所示。

$$S = \lim_{\Delta x \to 0}\left(\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right) = \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}X} \tag{1-2}$$

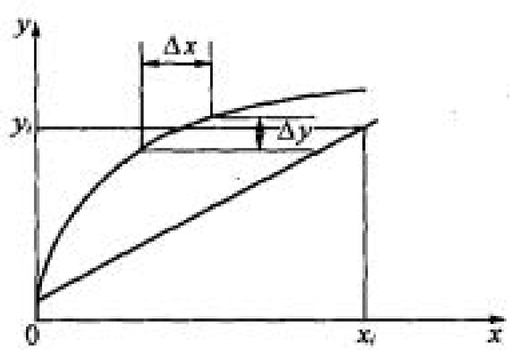


图 1-2 灵敏度定义

（2）线性度

人们总是希望传感器的输出与输入关系具有线性特性，但实际上由于传感器存在着迟滞、蠕变、摩擦、间隙和松动等各种因素，以及外界条件的影响，使其输入-输出特性总是具有不同程度的非线性。

传感器的输入-输出校准曲线与理论拟合直线之间的最大偏离与传感器满量程输出之比，称为该传感器的“非线性误差”或“线性度”，通常用相对误差 δ_L 表示其大小，即

$$\delta_L = \pm \frac{\Delta_{max}}{Y_{FS}} \times 100\% \tag{1-3}$$

式中：Δ_{max} 为校准曲线与理想拟合直线之间的最大偏差；Y_{FS} 为传感器满量程输出平均值。

线性度又可分为：

① 绝对线性度：有时又称理论线性度，为传感器的实际平均输出特性曲线对在其量程内事先规定好的理论直线的最大偏差，以传感器的满量程输出的百分比来表示。

② 端基线性度：传感器实际平均输出特性曲线对端基直线的最大偏差，以传感器的满量程输出的百分比来表示。端基直线则定义为由传感器量程所决定的实际平均输出特性首、末两端点的连线。

③ 零基线性度：传感器实际、平均输出特性曲线对零基直线的最大偏差，以传感器的满量程输出的百分比来表示。而零基直线则定义为这样一条直线，它位于传感器的量程内，但可通过或延伸通过传感器的理论零点，并可改变其斜率，以把最大偏差减至最小。

④ 独立线性度：作两条与端基直线平行的直线，使之恰好包围所有的标定点，以与二直线等距离的直线作为拟合直线。

⑤ 最小二乘线性度：用最小二乘法求得校准数据的理论直线。

(3) 迟滞

对于某一输入量，传感器在正行程时的输出量不同于其在反行程时在同一输入量下的输出量，这一现象称为迟滞，如图1-3所示。

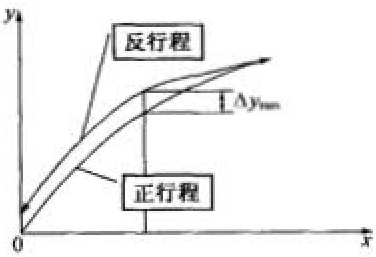


图1-3　迟滞特性示意图

(4) 重复性

在相同的工作条件下，在一段短的时间间隔内，输入量从同一方向作满量程变化时，同一输入量值所对应的连续先后多次测量所得的一组输出量值，它们之间相互偏离的程度称为传感器的重复性。

(5) 稳定性

稳定性表示传感器在一个较长的时间内保持其性能参数的能力。理想的情况是，不管什么时候传感器的灵敏度等特性参数不随时间变化。但实际上，随着时间的推移，大多数传感器的特性会改变。这是因为传感元件或构成传感器部件的特性随时间发生变化，产生一种经时变化的现象。

1.4.2　动态特性

传感器的动态特性就是指其输出对于随时间变化的输入量的响应特性。当被测量的变化是

时间的函数时，则传感器的输出量也是时间的函数，其时间关系要用动态特性来表示。

实际上大量的被测量信号是动态信号，这时传感器的输出能否良好地追随输入量的变化是一个很重要的问题。有的传感器尽管其静态特性非常好，但不能很好地追随输入量的快速变化而导致严重误差。一个动态特性好的传感器，其输出将再现输入量的变化规律，即具有相同的时间函数。实际上除了具有理想的比例特性外，输出信号将不会与输入信号具有完全相同的时间函数，这种输入与输出间的差异就是所谓的动态误差。

我们以动态测温的问题来简要说明传感器的动态特性。在被测温度随时间变化或传感器突然插入被测介质中，以及传感器以扫描方式测量某温度场的温度分布等情况下，都存在动态测温问题。如把一支热电偶从温度为 t_0℃环境中迅速插入一个温度为 t℃的恒温水槽中（插入时间忽略不计），这时热电偶测量的介质温度从 t_0℃突然上升到 t℃，而热电偶反映出来的温度从 t_0℃变化到 t℃需要经历一段时间，即有一段过渡过程，如图 1-4 所示。热电偶反映出来的温度与介质温度的差值就称为动态误差。

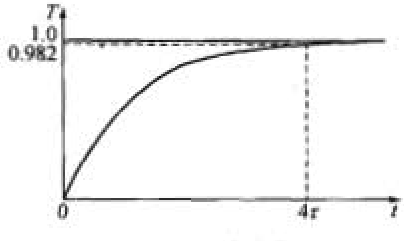


图 1-4 阶跃响应曲线

造成热电偶输出波形失真和产生动态误差的原因，是因为温度传感器有热惯性和传热热阻，使得在动态测温时传感器输出总是滞后于被测介质的温度变化。如带有套管的热电偶的热惯性要比裸热电偶大得多。这种热惯性是热电偶固有的，这种热惯性决定了热电偶测量快速温度变化时，会产生动态误差。影响动态特性的“固有因素”任何传感器都有，只不过它们的表现形式和作用程度不同而已。

1. 传递函数

假设传感器在输入-输出存在线性关系（即传感器是线性的，特性不随时间变化）的范围内使用，则它们之间的关系可用高阶常系数线性微分方程表示：

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x \tag{1-4}$$

式中：y 为输出量；x 为输入量；a_i，b_i 为常数。对上式进行拉普拉斯变换，由

$$L = \left\{ \frac{d^n y}{dt^n} \right\} = s^n Y(s) - s^{n-1} y(0) - s^{n-2} \frac{dy}{dt}(0) - \cdots - \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}}(0) \tag{1-5}$$

并设 $t = 0$ 时，$\frac{d^i y}{dt^i}$，$\frac{d^i x}{dt^i}$（$i = 0, 1, \cdots$）全部为 0，得到

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \tag{1-6}$$

式中：$X(s)$为输入的拉氏变换；$Y(s)$为输出的拉氏变换；$G(s)$称为拉氏形式的传递函数，或简称传递函数。即输出的拉氏变换等于输入的拉氏变换乘以传递函数。

传递函数在数学上的定义是：初始条件为零时，输出量（响应函数）的拉氏变换与输入量（激励函数）的拉氏变换之比。

传递函数表示系统本身的传输、转换特性，与激励及系统的初始状态无关。同一传递函

数可能表征着两个完全不同的物理(或其他)系统,但说明它们有相似的传递特性。

虽然传感器的种类和形式很多,但它们一般可以化简为一阶或二阶系统(高阶可以分解成若干个低阶环节)。因此,一阶和二阶传感器是基本的。传感器的输入量随时间变化的规律是各种各样的,下面在对传感器动态特性进行分析时,采用最典型、最简单、易实现的正弦信号和阶跃信号作为标准输入信号。对于正弦输入信号,传感器的响应称为频率响应或稳态响应;对于阶跃输入信号,则称为阶跃响应或瞬态响应。

2. 瞬态响应特性

传感器的瞬态响应是时间响应,应采用时域分析法即从时域中对传感器的响应和过渡过程进行分析,传感器对所加激励信号响应称为瞬态响应。下面以传感器的单位阶跃响应来评价传感器的动态性能指标。

(1) 一阶系统的阶跃响应

一个起始静止的传感器若输入一单位阶跃信号:

$$u(t)=\begin{cases}0, t\leqslant 0\\ 1, t>0\end{cases} \tag{1-7}$$

其输出信号称为阶跃响应。因为

$$L[u(t)]=\frac{1}{s} \tag{1-8}$$

$$Y(s)=G(s)\cdot X(s)=\frac{k}{\tau}\cdot\frac{1}{(s+1/\tau)s} \tag{1-9}$$

由拉氏反变换得

$$y(t)=k(1-e^{-\frac{1}{\tau}t}) \tag{1-10}$$

其响应曲线如图 1-5 所示。

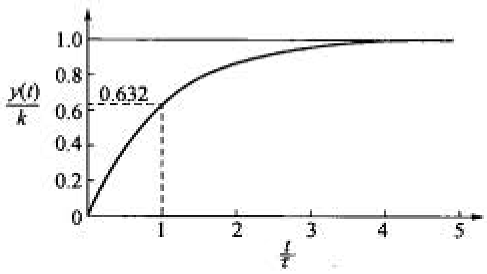


图 1-5　一阶系统的阶跃响应曲线

(2) 二阶系统的阶跃响应

二阶传感器的传递函数为

$$H(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2} \tag{1-11}$$

式中:ω_n 为传感器的固有频率;ξ 为传感器的阻尼比。

在单位阶跃信号的作用下,传感器的输出拉氏变换为

$$Y(s)=X(s)\cdot\frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}=\frac{\omega_n^2}{s(s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2)} \tag{1-12}$$

二阶传感器对阶跃信号的响应在很大程度上取决于阻尼比 ξ 和固有频率 ω_n。固有频率 ω_n 由传感器的主要结构参数所决定,ω_n 越高,传感器的响应速度越快。固有频率 ω_n 为常数时,传感器的响应主要取决于阻尼比 ξ。

图 1-6 是二阶系统的阶跃响应曲线。由图可知,阻尼比直接影响超调量和震荡次数。$\xi=0$ 时为临界阻尼,超调量为 100%,产生等幅震荡,达不到稳态;$\xi>1$ 时为过阻尼,无超调和震

荡，但是达到稳态所需时间较长；$\xi < 1$ 时为欠阻尼，衰减震荡，达到稳态值所需时间随 ξ 的减小而加长；$\xi = 1$ 时响应时间最短。实际使用中常按稍欠阻尼调整，$\xi = 0.7 \sim 0.8$ 最好。

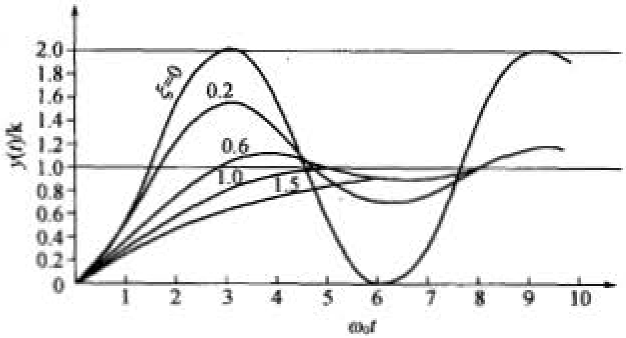


图 1-6　二阶系统的阶跃响应曲线

(3) 瞬态响应特性指标

① 时间常数 τ：一阶传感器时间常数 τ 越小，响应速度越快。

② 延时时间 t_p：传感器输出达到稳态值的 50%所需时间。

③ 上升时间 t_r：传感器输出达到稳态值的 90%所需时间。

④ 超调量 σ：传感器输出超过稳态值的最大值。

3. 频率响应特性

传感器对正弦输入信号的响应特性称为频率响应特性。频率响应法是从传感器的频率特性出发研究传感器的动态特性的方法。

(1) 一阶系统的频率响应

将一阶传感器的传递函数中的 s 用 $j\omega$ 代替后，即可获得频率特性表达式为

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{1}{j\omega\tau + 1}$$

幅频特性为

$$|H| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}} \tag{1-13}$$

相频特性为

$$\Phi(\omega) = -\arctan(\omega\tau) \tag{1-14}$$

一阶系统的幅频特性和相频特性曲线如图 1-7 所示，图中纵坐标增益采用分贝值，横坐标 ω 也是对数坐标，但直接标注 ω 值，这种图又称为伯德(Bode)图。

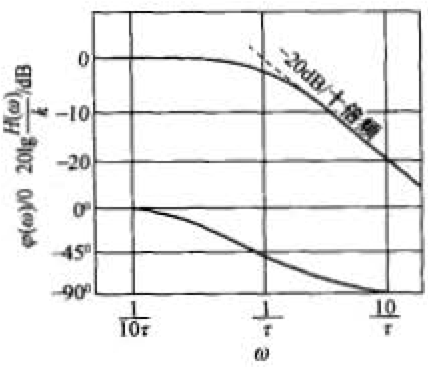


图 1-7　一阶系统的伯德(Bode)图

由图可知，时间常数 τ 越小，频率响应特性越好。一阶系统只有在 τ 很小时才近似于零阶系统特性(即 $H(\omega) = k, \Phi(\omega) = 0$)。当 $\omega\tau = 1$ 时，传感器输入-输出为线性关系，且相位差很小，输出 $y(t)$ 比较真实地反映输入 $x(t)$ 的变化规律。

综上所述，用一阶系统描述的传感器，其动态响应特性的优劣也主要取决于时间常数 τ。τ 越小越好，τ 小时，则阶跃响应的上升过程快，而频率响应的上截止频率高。

(2) 二阶系统的频率响应

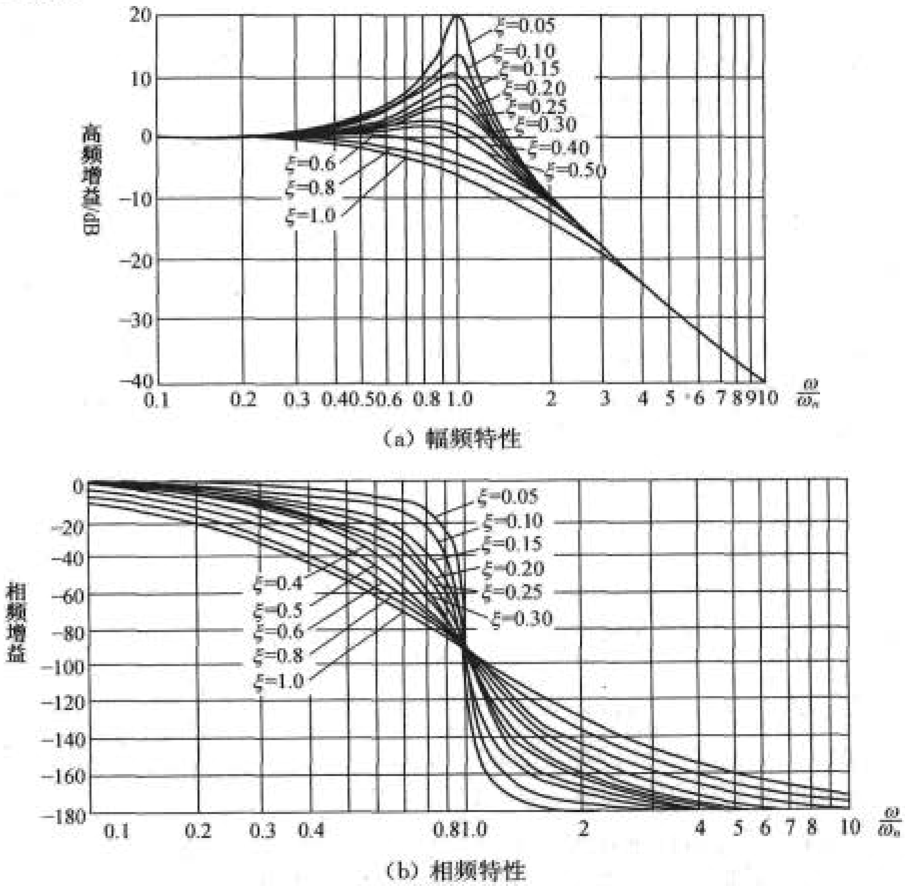
二阶传感器的频率特性表达式、幅频特性、相频特性分别为

$$H(j\omega)=\frac{1}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2+2j\xi\frac{\omega}{\omega_n}} \tag{1-15}$$

$$|H|=\frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2+\left(2\xi\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \tag{1-16}$$

$$\Phi(\omega)=-\arctan\left[\frac{2\xi\frac{\omega}{\omega_n}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right] \tag{1-17}$$

二阶传感器的伯德图如图 1-8 所示。当 $\xi<1/\sqrt{2}$ 时，在 ω_n 附近振幅具有峰值，即产生共振现象，ξ 越小峰值越高。$\omega=\omega_n$ 时，相位有 90°滞后，最大相位滞后为 180°，ξ 越大，相位滞后变化越平稳。



(a) 幅频特性

(b) 相频特性

图 1-8 二阶系统的伯德图

（3）频率响应特性指标

① 频带：传感器增益保持在一定值内的频率范围为传感器频带或通频带，对应有上、下截止频率。

② 时间常数 τ：用时间常数来表征一阶传感器的动态特性。τ 越小，频带越宽。

③ 固有频率 ω_n：二阶传感器的固有频率 ω_n 表征了其动态特性。